

数学I・数学A

I. 次の各問に答えよ.

(1) 方程式  $3x^2 + x - 1 = 0$  を解け.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

(2)  $1002 \times 998$  を計算せよ.

$$1002 \times 998 = (1000 + 2)(1000 - 2) = 1000000 - 4 = 999996$$

(3)  $\theta = 45^\circ$  のとき,  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値をそれぞれ求めよ.

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tan \theta = 1$$

(4) 10%の食塩水 300g に 5%の食塩水を混ぜて 8%の食塩水を作るには, 5%の食塩水は何g 必要か.

5%の食塩水を  $x$ g とし, 食塩の量を求める. 10%の食塩水では  $0.1 \times 300 = 30$ , 5%の食塩水では  $0.05x$  となり, これらを加えたものが 8%の食塩水の  $0.08(300 + x)$  と等しくなるので,  $30 + 0.05x = 0.08(300 + x)$  で, これを解いて  $x = 200$ g となる.

II.  $\sqrt{2}$  が無理数であることを背理法を用いて示せ.

$\sqrt{2}$  が有理数と仮定すると, 二つの自然数  $m, n$  を用いて,  $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$  と表せる (ただし,  $m, n$  は互いに素). 両方を平方すると,  $2m^2 = n^2$  となる.

左辺は偶数だから  $n^2$  も偶数である. すなわち,  $n$  も偶数である. このとき,  $n^2$  は 4 の倍数だから,  $2m^2$  も 4 の倍数である. よって,  $m^2$  は偶数となり,  $m$  も偶数である.

ゆえに,  $m$  と  $n$  は共通の約数 2 を持つことになり,  $m$  と  $n$  が互いに素であることに矛盾する. よって,  $\sqrt{2}$  は有理数ではない. すなわち,  $\sqrt{2}$  は無理数である.

III. 12冊の本を6冊, 4冊, 2冊に分ける. 次の場合の数を求めよ.

- (1) 12冊から6冊を選ぶ方法
- (2) 残った6冊から4冊を選ぶ方法
- (3) 12冊の本を6冊, 4冊, 2冊に分る方法

$$(1) {}_{12}C_6 = 924$$

$$(2) {}_6C_4 = 15$$

$$(3) 924 \times 15 = 13860$$

IV. 3点  $(0, 1)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(-1, 5)$  を通る放物線  $C$  がある. 次の問いに答えよ.

- (1)  $C$  の方程式を求めよ.
- (2)  $C$  と原点对称なグラフの方程式を求めよ.

(1)  $C$  の方程式を  $y = ax^2 + bx + c$  とおいて3点を通るので,  $1 = c$ ,  $3 = a + b + c$ ,  $5 = a - b + c$  が成り立つ. これを解いて  $a = 3$ ,  $b = -1$ ,  $c = 1$  となる. したがって  $C$  の方程式は  $y = 3x^2 - x + 1$

(2) 下記のとおり,  $C$  の頂点は  $\left(\frac{1}{6}, \frac{11}{12}\right)$  となる. これを原点について対称移動すると  $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{11}{12}\right)$  となるので, 対称移動後の方程式は  $y = -3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{11}{12}$  となる. (別解) 原点について対称移動するので  $y = 3x^2 - x + 1$  において  $x$  を  $-x$  に,  $y$  を  $-y$  に置き換えると  $-y = 3(-x)^2 - (-x) + 1 = 3x^2 + x + 1$  なので,  $y = -3x^2 - x - 1$  となる.