

数学 I・数学 A

I. 次の各問に答えよ.

(1)  $(x - y)^2$  を展開せよ.

$$x^2 - 2xy + y^2$$

(2)  $9997^2$  を計算せよ.

$$9997^2 = (10,000 - 3)^2 = 100,000,000 - 60,000 + 9 = 99,940,009$$

(3) 三角比  $\cos 135^\circ$  を鋭角の三角比で表し, その値を求めよ.

$$\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

(4) 10 進数の 220 を 2 進数で表せ.

$$11011100$$

(5)  $3x^2 - 8x + k = 0$  が重解をもつとき,  $k$  の値を求めよ.

$$(-8)^2 - 4 * 3 * k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{16}{3}$$

II. ある商品は 1 個 200 円で売られており, 1 日に 50 個売れる. この商品の単価を 10 円値上げするたびに売上個数が 2 個減ることがわかっている. このとき次の問いに答えよ.

(a) この商品を 40 円値上げしたときの売上個数は何個か.

(b) この商品を  $10x$  円値上げしたときの 1 日の売上金額を  $x$  で表せ.

(c) 売上金額を最大にするためには商品の単価を何円にすればよいか.

- (a) 40円値上げをすると、売上個数は8減るので42個となる。
- (b)  $10x$ 円値上げをすれば単価は  $200 + 10x$ 円となり、売上個数は  $50 - 2x$ となる。したがって1日の売上金額は  $(200 + 10x)(50 - 2x)$ となる。
- (c) 下記のとおり、 $x = \frac{5}{2}$ のとき最大となるので、25円値上げをすれば良いことになる。したがって単価は225円となる。
- $$(200 + 10x)(50 - 2x) = -20x^2 + 100x + 10000 = -20\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 10125$$

III. バスケットボールのフリースローの成功率が、Aさんは $\frac{3}{5}$ 、Bさんは $\frac{5}{8}$ 、Cさんは $\frac{3}{4}$ である。3人が1人1回ずつフリースローを行ったときに、次の確率を求めよ。

- (a) 3人中2人が成功する確率
- (b) 3人全員が成功しない確率

$$(a) \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \left(1 - \frac{5}{8}\right) \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{8} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{9}{20}$$

$$(b) \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{5}{8}\right) \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{80}$$

IV.  $a^2 + b^2 = c^2$ をみたす自然数 $a, b, c$ のうち、少なくとも1つは3の倍数であることを背理法を用いて証明せよ。

$a, b, c$ がすべて3の倍数でないとすると、すべて $3n \pm 1$ の形で表せる。これは、 $(3n \pm 1)^2 = 3(3n^2 \pm 2n) + 1$ だから $a^2, b^2, c^2$ はすべて3でわると1余る。よって、 $a^2 + b^2$ は3でわると2余る。ところが、 $c^2$ は3でわると2余ることはない。これは、 $a^2 + b^2 = c^2$ であることに矛盾する。以上のことより、 $a, b, c$ がすべて3の倍数でないということはいえない。すなわち、 $a, b, c$ のうち少なくとも1つは3の倍数である。